Departamento de Análisis Matemático

Licenciatura en Matemáticas. 2º parcial 2002. Cálculo.

Problema 1 (2 puntos)**.** Consideremos la sucesión de funciones $\{f_n\}$ dada por

$$f_n(x) = \mathrm{e}^{-n^2(x-\sqrt{x}\,)^2} \qquad (x \in \mathbb{R}_0^+,\ n \in \mathbb{N}).$$

(a) Calcular el campo de convergencia puntual de la sucesión así como la función límite. ¿Hay convergencia uniforme en todo el campo de convergencia puntual?

(b) Estudiar la convergencia uniforme en los intervalos de la forma $[\alpha, \beta]$, donde $0 < \alpha < \beta < 1$.

Problema 2 (2 puntos)**.** Comprobar que la ecuación

$$xyz + \operatorname{sen}(z-6) - 2(x+y+x^2y^2) = 0$$

define a z como función implícita de (x,y) en un entorno de $(1,1)$, con $z(1,1) = 6$. Comprobar que $(1,1)$ es un punto crítico de la función $z = z(x,y)$ y decir si se trata de un máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla.

Problema 3 (1 punto)**.** Sea $u = x^4y + y^2z^3 + \varphi(x/y)$, donde

$$\begin{cases} x = 1 + rs\,\mathrm{e}^t \\ y = rs^2\,\mathrm{e}^{-t} \\ z = r^2 s \operatorname{sen} t\ . \end{cases}$$

Calcular $\dfrac{\partial u}{\partial s}$ cuando $r = 2$, $s = 1$, $t = 0$, sabiendo que $\varphi(3/2) = 1$, $\varphi'(3/2) = -1$.

Problema 4 (2 puntos)**.** Hallar los puntos de la curva

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

que están más próximos al origen de coordenadas.

Problema 5 (2 puntos)**.** Calcular la integral

$$\iiint_A \mathrm{e}^z \; d(x,y,z) \qquad \text{donde } A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2+y^2 \leqslant 2xz,\ x^2+y^2 \leqslant 2x,\ 0 \leqslant z \leqslant 2.\right\}$$

Problema 6 (1 punto)**.** Resolver la ecuación diferencial $2x + y^2 + xyy' = 0$ sabiendo que admite un factor integrante de la forma $\mu = \mu(x)$.

Granada, 8 de Junio de 2002.